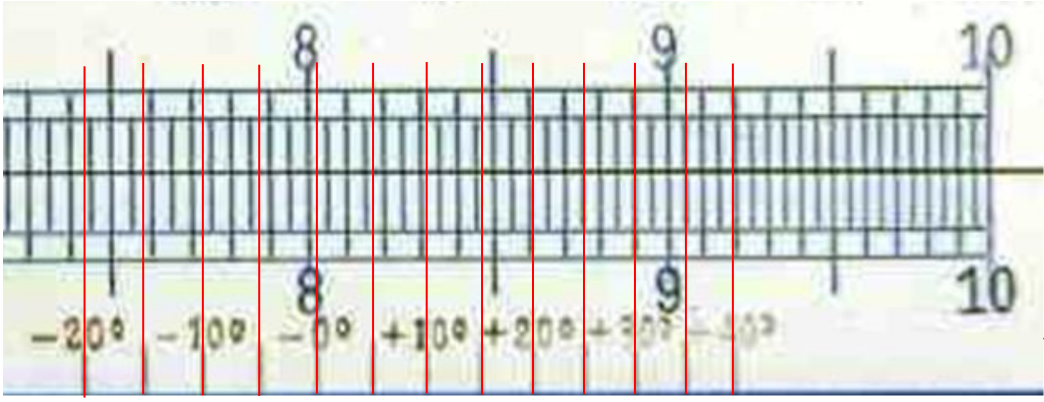
Zur Temperaturskala (zusätzliche Skala nach Dr. Hohenner)

(siehe Faber Castell 345, System Hohenner, Jacques Perregaux, 15.7.2024)

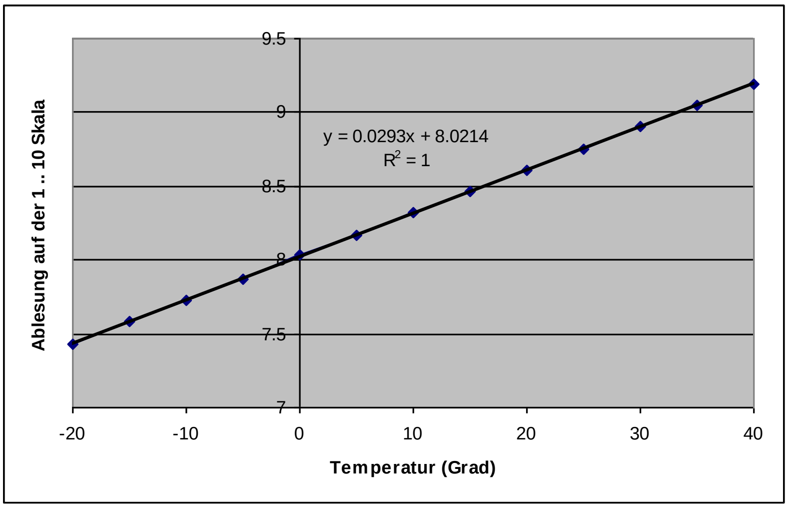


Temperatur-Skala

Die Temperaturskala wurde auf der 1 .. 10-Skala abgelesen, die Werte grafisch dargestellt, und mit einer besten Geraden angepasst. Weiter wurden die Faktoren, ausgehend von 20 °C bestimmt (relativ'), einerseits aus den abgelesenen Daten, andererseits aus der Jordanschen Barometerformel. Die Übereinstimmung ist recht gut mit Abweichungen im geringen Promillebereich, also Rechenschiebergenauigkeit.

Temperatur	1..10-Skala	relativ auf T = 0 bezogen	aus Regression 0.0293t + 8.0214	Relativ aus Regression	nach Jordan alpha = 0.00366	nach Jordan alpha = 0.0037
-20	7.43	0.925	7.435	0.927	0.927	0.926
-15	7.58	0.944	7.582	0.945	0.945	0.945
-10	7.725	0.962	7.728	0.963	0.963	0.963
-5	7.875	0.981	7.875	0.982	0.982	0.982
0	8.03	**1.000**	8.021	**1.000**	**1.000**	**1.000**
5	8.17	1.017	8.168	1.018	1.018	1.019
10	8.32	1.036	8.314	1.037	1.037	1.037
15	8.46	1.054	8.461	1.055	1.055	1.056
20	8.61	1.072	8.607	1.073	1.073	1.074
25	8.75	1.090	8.754	1.091	1.091	1.093
30	8.9	1.108	8.900	1.110	1.110	1.111
35	9.05	1.127	9.047	1.128	1.128	1.130
40	9.19	1.144	9.193	1.146	1.146	1.148

Zu α: Es handelt sich um den kubischen Ausdehnungskoeffizienten. Bei einem idealen Gas ist er 1/273.15 = 0.00366. Für Luft wird er z.B. mit 0.00375 angegeben (Gerthsen/Vogel: Physik). Grossmann gibt 0.0037 an, interessanterweise nur mit 2 SZ).



Korrekturfaktor für die Temperatur in der Barometerformel von Jordan (s. nachstehenden Auszug aus Vermessungskunde III von W. Grossmann, Göschen 1965)

$$(1+\alpha t)$$

mit t: Temperatur (°C)

α 0.0037 (Grossmann)

Auszug aus dem Buch von Grossmann:

44 2 Barometrische Höhenmessung

27 Berechnung barometrischer Höhenunterschiede

27.1 Die vollständige Barometerformel von W. Jordan. In einem senkrecht zur Meeresoberfläche gedachten Luftzylinder vom Querschnitt 1 sei der Luftdruck in der Höhe H gleich p und in der Höhe $H + \mathrm{d}H$ gleich $p - \mathrm{d}p$. Dann besteht für das differentielle Stück der Luftsäule, da sein Gewicht gleich der Masse mal der Schwerebeschleunigung g und die Masse gleich der Dichte ϱ mal dem Volumen ist, die Gleichgewichtsbedingung

$$\mathrm{d}p = -\varrho\, g\, \mathrm{d}H. \tag{1}$$

Nach den Gesetzen von Boyle und Gay-Lussac besteht, wenn ϱ_0 und p_0 die Dichte und der Druck eines Gases in einem bei 0°C angenommenen Anfangszustand, ϱ und p die entsprechenden Werte in dem unter t^0 bestehenden Endzustand sind und α den Ausdehnungskoeffizienten der Luft bedeutet, die Beziehung

$$\frac{\varrho}{\varrho_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t}. \tag{2}$$

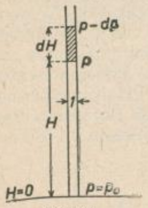


Bild 31.

Setzt man das in (1) ein und ordnet neu, so wird

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = -\frac{\varrho_0}{p_0} \cdot \frac{g}{1 + \alpha t}\, \mathrm{d}H,$$

und man findet durch beiderseitige Integration, wenn g und t einstweilen als Konstante betrachtet werden,

$$\ln p = -\frac{\varrho_0}{p_0} \cdot \frac{g}{1 + \alpha t} H + C, \tag{3}$$

wobei C eine Integrationskonstante ist. Um sie zu eliminieren, messe man den Druck mit einem Barometer auf zwei Stationen, nämlich

auf einer unteren Station mit $H = H_1$ zu $p = B_1$
und einer oberen Station mit $H = H_2$ zu $p = B_2$

und bilde die Differenz untere minus obere Station:

$$\ln B_1 - \ln B_2 = \frac{\varrho_0}{p_0} \cdot \frac{g}{1 + \alpha t} (H_2 - H_1),$$

woraus wegen $\mathrm{Mod}(\ln B_1 - \ln B_2) = \lg B_1/B_2$ folgt

$$H_2 - H_1 = h = \frac{p_0}{\mathrm{Mod}\, \varrho_0} \cdot \frac{1 + \alpha t}{g} \lg \frac{B_1}{B_2}. \tag{4}$$

Das ist die Grundgleichung der barometrischen Höhenmessung. Da hierin B_1 und B_2 als Quotient auftreten, ist es gleichgültig, in welcher Maßeinheit sie ausgedrückt werden.

27 Berechnung barometrischer Höhenunterschiede 45

Es ist noch zu berücksichtigen, daß t und g veränderlich sind und die Dichte durch den Wasserdampf- und Kohlensäuregehalt der Luft beeinflußt wird. Dazu setzt man in (4)

$$t = 1/2\,(t_1 + t_2); \quad H = 1/2\,(H_1 + H_2),$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{g_0^{45}} (1 + \beta \cos 2\varphi) \left(1 + \frac{2H}{r}\right),$$

$$p_0 = g_0^{45} \cdot 0{,}760 \cdot 13{,}5951 \quad (13{,}5951 = \text{Dichte von } Hg)$$

und ersetzt $\dfrac{1}{\varrho_0}$ durch $\dfrac{1}{\varrho_0}\left(1 + 0{,}377\,\dfrac{e}{p}\right)\dfrac{1}{1{,}0002}$, wobei

$$\frac{e}{p} = \frac{\text{Dunstdruck des Wassergehalts der Luft}}{\text{Mittlerer Luftdruck}} \text{ ist.}$$

Faßt man die bekannten Zahlenkoeffizienten zusammen zu

$$\frac{p_0}{\mathrm{Mod}\, \varrho_0\, g_0^{45}} = \frac{g_0^{45} \cdot 0{,}760 \cdot 13{,}5951}{0{,}434295 \cdot 0{,}001293 \cdot 1{,}0002 \cdot g_0^{45}} \approx 18400,$$

so lautet Jordans vollständige Barometerformel

$$h = 18400 \lg \frac{B_1}{B_2} (1 + \alpha t) \left(1 + 0{,}377\,\frac{e}{p}\right)(1 + \beta \cos 2\varphi)\left(1 + \frac{2H}{r}\right)$$

mit $\alpha = 0{,}0037$; $\beta = 0{,}00264$; $r = 6370000$ m. (5)

27.2 Jordans Formeln und Tafeln für Mitteleuropa. Der Dunstdruck hat in Mitteleuropa den Durchschnittswert 7—8 Torr. Da p im Mittel rd. 750 Torr beträgt, darf man genau genug $e/p = 1/100$ setzen. Benutzt man in (5) ferner die Mittelwerte $\varphi = 50°$ und $H = 500$ m, so erhält man für den mitteleuropäischen Raum die Formel

$$h = 18464\,(1 + 0{,}0037\, t)\,(\lg B_1 - \lg B_2). \tag{6}$$

Eine hiernach berechnete Tafel müßte als Eingänge B_1, B_2 und t haben. Da das nicht möglich ist, benutzt man folgende Wege:

27.21 *Tafel der fingierten Meereshöhen.* Man bezieht die Höhe H_i jeder einzelnen Station auf den dem mittleren Niveau der europäischen Meere entsprechenden Druck von 762 Torr. Für die damit definierte fingierte Meereshöhe (H_i) gilt nach (6)

$$(H_i) = 18464\,(1 + 0{,}0037\, t)\,(\lg 762 - \lg B_i). \tag{7}$$

Diese Gleichung hat W. Jordan für Luftdrücke von 630 bis 775 Torr und Temperaturen von 0 bis 35°C vertafelt. Man entnimmt daraus (H_1) und (H_2) und erhält h aus

$$h = (H_2) - (H_1). \tag{8}$$

Vorläufiges Fazit:
Die rechts unten angebrachte Temperaturskala ist in den richtigen Abständen geteilt, um auf der 1 .. 10-Skala eine Multiplikation mit dem Korrekturfaktor $(1 + \alpha t)$, gemäss der barometrischen Formel von Jordan, durchzuführen. Wie die Rechnung genau ausgeführt wurde, ist mir noch nicht klar. Ist die Lage der Temperaturskala (-20°/7.43 bis 40°/9.19) von Bedeutung? Wurden hier noch andere FaktorenKonstanten absorbiert?

Interessant wäre zu wissen, wie die Berechnung der gesamten Jordanschen Formel erfolgte, und wie ein allfälliges Patent von Hohenner aussieht.

5.8.2024/M. Meier